



УДК 53.01

**APPLICATION OF INTEGRATED AND DIFFERENTIAL FORMS OF  
LAWS AND PHYSICAL EQUATIONS  
ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМ ЗАКОНОВ И  
УРАВНЕНИЙ ФИЗИКИ**

**Ivashina Yu.K. / Ивашина Ю.К.***k.f.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.**Kherson State University, Kherson, Universitetskaya, 23, 73000**Херсонский государственный университет, Херсон, Университетская, 23, 73000***Zavodyannyu V.V. / Заводянный В.В.***k.f.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.*ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8224-8215>*Kherson State Agrarian University, Kherson, Stretenskaya 23, 73006**Херсонский государственный аграрный университет, Херсон, Стретенская 23, 73006*

**Аннотация.** При изучении макроскопических систем, состоящих из большого количества микрочастиц, используются феноменологический (термодинамический) и микроскопический (статистический) методы исследования. При изучении поведения макроскопических тел и систем, а также сплошной среды роль указанных выше методов играет запись законов и уравнений в интегральной или дифференциальной форме. На примерах из разных разделов физики показано важное методологическое и эвристическое дифференциальной формы уравнений. Интегральные и дифференциальные уравнения связаны между собой и дополняют друг друга. Интегральная форма имеет широкое практическое значение. Из уравнения дифференциальной формы можно получить в интегральной форме и вывести новые важные закономерности.

**Ключевые слова:** интегральная форма уравнений, дифференциальная форма уравнений, термодинамический, статистический, методология, эвристика.

**Вступление.** При изучении макроскопических систем, состоящих из большого количества микрочастиц, используются феноменологический (термодинамический) и микроскопический (статистический) методы исследования.

Термодинамический метод базируется на описании систем на основе опытных фактов, является простым, но не отвечает на вопрос, что является причиной изменений свойств системы. Рассмотрим законы идеального газа, которые выражают экспериментальные зависимости между параметрами его состояния. Например, давление газа при постоянном объеме увеличивается пропорционально  $T$ . Но эти законы не могут объяснить, почему давление увеличивается таким образом.

Статистический метод основан на модельных представлениях об атомно-молекулярной структуре вещества, поведение отдельных молекул дает возможность объяснить, почему процессы в системе происходят так или иначе. Так основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов, полученное на основании этого метода, показывает, что давление газа обусловлено ударами молекул о стенку сосуда и определяется концентрацией молекул и их средней кинетической энергии, пропорциональной абсолютной температуре.

При изучении поведения макроскопических тел и систем, а также



сплошной среды роль указанных выше методов играет запись законов и уравнений в интегральной или дифференциальной форме.

**Основная часть.** Уравнения в интегральной форме описывают поведение в некоторой макроскопической области, или изменение свойств объекта исследования за конечный промежуток времени и на макроскопическом перемещении.

Уравнения в дифференциальной форме описывают поведение объекта исследования в данной точке пространства и в данный момент времени или изменение свойств за бесконечно малый промежуток времени и на бесконечно малом перемещении. Удобством применения дифференциальной формы является то, что при бесконечно малых объемах, перемещениях, промежутках времени можно считать, что характеристики объекта исследования и параметры внешнего воздействия останутся неизменными, что существенно упрощает описание объекта исследования.

Рассмотрим движение материальной точки. При естественном способе его описания элемент пути

$$dS = v \cdot dt \quad (1)$$

при векторном способе

$$d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) записаны используя условие  $v = \text{const}$ , то есть как для равномерного движения. Уравнения движения получим, интегрируя эти выражения

$$S = \int v \cdot dt + S_0 \quad (3)$$

$$\vec{r} = \int \vec{v} \cdot dt + \vec{r}_0 \quad (4)$$

Постоянные интегрирования  $S_0$  и  $\vec{r}_0$  находятся из начальных условий.

Перемещение за промежуток времени  $\Delta t$

$$\Delta \vec{r}_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} \cdot dt \quad (5)$$

Рассмотрим работу силы на элементарном перемещении  $d\vec{r}$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

Элементарная работа при расширении газа  $dA = p dV$  (7)

Работу силы на конечных перемещении и приросте объема определим интегрируя (6) и (7)

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (8)$$

$$A_{1-2} = \int_1^2 p \cdot dV \quad (9)$$

Очень важно, что при определении интегралов необходимо знать зависимость функции которая интегрируется от переменной интегрирования. Рассмотрим для примера работу газа (9). Необходимо в интеграл подставить зависимость  $p(V)$  для данного процесса. Простые выражения, которые



приводятся в школьных учебниках, справедливы только для случаев постоянства параметров:  $v=\text{const}$ ,  $p=\text{const}$ ,  $\vec{F} = \text{const}$ .

О важности дифференциальной формы уравнений физики свидетельствуют то, что в основе динамики материальной точки лежит дифференциальное уравнение её движения

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

Оно называется основным уравнением динамики. Его можно рассматривать как исходное положение, из которого путем математических преобразований получают как общие следствия и выводы классической механики, так и решение множества конкретных задач.

Уравнения в дифференциальной форме имеют важное методологическое значение. Их применение в термодинамике позволило вывести уравнение для политропного (адиабатного) процессов, установить связь между калорическим и термическим уравнениями состояния.

Подавляющее большинство термодинамических задач решается методом термодинамических потенциалов. Он заключается в использовании свойств полного дифференциала введенных термодинамических функций, используемых для анализа различных явлений. Основное уравнение термодинамики для простой системы имеет вид

$$dU = T \cdot dS - p dV \quad (10)$$

Функция  $U=U(S,V)$  в качестве термодинамического потенциала не является удобной, так как определяется через энтропию, которая не может быть непосредственно измерена.

Возьмем в качестве независимых переменных простой системы  $T$  и  $V$ . Преобразовывая (10) имеем [1]

$$d(U - TS) = S \cdot dT + p \cdot dV \quad (11)$$

На основе (11) вводится новый термодинамический потенциал – свободная энергия  $F=U-TS$ , которая есть функцией температуры и объема. Аналогично вводятся другие термодинамические потенциалы для других независимых переменных.

Из уравнений в дифференциальной форме легко получить производные, которые являются характеристиками процессов, явлений

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}; \quad \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = S; \quad \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = p \quad (12)$$

Особенно ярко методологическое, эвристическое значение дифференциальной формы уравнений проявилось в классической электродинамике. При разработке теории электромагнитного поля Максвелл, опираясь на экспериментальные законы, отверг те, которые нельзя было записать в дифференциальной форме (например - закон Кулона). Из системы уравнений в дифференциальной форме для свободного электромагнитного поля можно показать, что оно описывается волновыми уравнениями. Таким образом, Максвелл предсказал существование электромагнитных волн.

Классическая электродинамика выражает электрические и магнитные свойства вещества феноменологически через параметры:  $\epsilon$  - диэлектрическую



проницаемость вещества,  $\mu$  – магнитную проницаемость. Уравнения для макроскопического поля в веществе получено макроскопическим усреднением уравнений Максвелла-Лоренца для микроскопического поля в электронной теории, то есть макроскопическим усреднением уравнений, записанных в дифференциальной форме [2].

**Заключение и выводы.** Интегральная и дифференциальная формы уравнений и законов физики связаны между собой и дополняют друг друга. Интегральная форма базируется на экспериментальных результатах и имеет широкое практическое применение. Уравнения в дифференциальной форме получают на основе базовых закономерностей физики с учетом постоянства параметров. Такие уравнения имеют важное методологическое значение, так как из них можно получить уравнения в интегральной форме и вывести новые важные закономерности.

#### Литература

1. И.П. Базаров. Термодинамика. М.: Высшая школа, 1976.-447с.
2. В.В. Мултановский, А.С. Василевский. Курс теоретической физики. Классическая электродинамика. М.: Просвещение. 1990.-272с.

#### References.

1. I.P. Bazarov. *Thermodynamics*. M.: Higher School, 1976.-447p.
2. V.V. Multanovsky, A.S. Vasilevsky. *Course of theoretical physics. Classical Electrodynamics*. M.: Enlightenment. 1990.-272p.

**Annotation.** *In the study of macroscopic systems consisting of a large number of microparticles, phenomenological (thermodynamic) and microscopic (statistical) research methods are used. When studying the behavior of macroscopic bodies and systems, as well as a continuous medium, the role of the above methods is played by the recording of laws and equations in integral or differential form. With examples from different branches of physics, an important methodological and heuristic differential form of equations is shown. Integral and differential equations are interconnected and complement each other. Integral form has a wide practical value. From the differential form equation, one can obtain in integral form and derive new important regularities.*

**Keywords:** *integral form of equations, differential form of equations, thermodynamic, statistical, methodology, heuristics.*

Статья отправлена: 06,03,2019 г.  
© Ивашина Ю.К., Заводянный В.В.